Урок математики по теме: «Простые и составные числа»
(6 класс).

Цели урока:

1. обобщить и систематизировать знания по теме «Простые и составные числа».
2. научить учащихся обобщать знания, осмысливать материал, анализировать, наблюдать.
3. содействовать рациональной организации труда, развивать познавательные процессы.

Тип урока: урок обобщения и систематизации знаний.
Структура урока:
1. Мотивационная беседа, которая завершается постановкой интегрирующей цели - игровой замысел.
2. Актуализация опорных знаний.
3. Воспроизведение особенностей объектов экскурсий.
4. Домашнее задание.
5. Подведение итогов.
6. Рефлексия.
Оформление:
1. Высказывание Г. Вейля: «Простые числа остаются всегда готовыми ускользнуть от исследователя».
2. Лента с рядом натуральных чисел.
3. Таблица простых чисел.
4. Портреты Пифагора, Эйлера, Евклида, Ферма, Чебышева.
5. Дружественные числа из 152 цифр, записанные на ленте.
6. Таблица совершенных чисел.
7. Таблица для гипотезы Гольдбаха.
8. Таблицы с магическими фигурами.
9. Таблицы с диковинными числами.
10. Таблицы с магическими фигурами.

Ход урока

I. Вводная беседа.

Приглашаю вас на экскурсию в мир чисел. Может быть, с его помощью, хотя бы в малой степени удастся передать ощущение чар математики, которое испытывают те, кто избрал ее своей специальностью. Каждый маршрут нашего экскурса начинается «внизу в долине», т.е. с самого понятного вам, однако потом попадаются места, для преодоления которого требуются кое-какие навыки.

II. Актуализация опорных знаний.

В старину на Руси говорили, что умножение- мученье, а с деленьем беда. Тот, кто умел быстро и безошибочно делить, считался большим математиком. Ведь в школе тогда учили только сложению, вычитанию, таблице умножения. Делимость интересовала математиков в глубокой древности. Особое снимание они уделяли простым числам.

III. Итак, начнем 1-й маршрут, где вы вспомните, какие числа называют простыми, как их найти, сколько их. И узнаете, какие есть среди них удивительные числа.

Хорошо бы, если бы эти числа можно было сосчитать! Но это не так. Греческий ученый Евклид в своей книге «Начала» утверждал следующее: «Самого большого числа не существует». Если бы на ленте, где выписаны натуральные числа, в тех местах, где записаны простые числа, зажечь фонарики, не нашлось бы на ленте места, где была бы сплошная темнота.

Какие же числа называют простыми?

Какое простое число четное?

Число 2- наименьшее простое число, только оно четное, а остальные нечетные. 2 и 3 последовательные натуральные числа, наименьшие простые – такая пара единственная, где одно число четное, а другое нечетное.

На ленте времени два последовательных нечетных числа, каждое из которых является простым, называются числами-близнецами, например: 11 и 13; 17 и 19; 29 и 31.

Сообщение ученика о числах-близнецах.

Посмотрите на ленту простых чисел и найдите еще числа-близнецы. До сих пор неизвестно, есть ли самые большие числа-близнецы или нет, до сих пор нет ответа на вопрос: существует ли бесконечно много пар простых чисел-близнецов.

Первым глубокие исследования о том, как разбросаны простые числа среди остальных натуральных чисел, получил великий русский математик Пафнутий Львович Чебышев, основатель и руководитель математических исследований XIX века. До сих пор математики не знают формулы, с помощью которой можно получить простые числа одно за другим, нет даже формулы, дающей только простые числа.

Так как простые числа играют важную роль в изучении всех остальных чисел, то надо было бы составить их список. Над тем, как составить список, задумался живший в III веке до нашей эры александрийский ученый Эратосфен.

Сообщение ученика о «решете Эратосфена».

Имя Эратосфена вошло в науку в связи с методом отыскания простых чисел. В древности писали на восковых табличках острой палочкой- стилем, поэтому Эратосфен «выкалывал» составные числа острым концом стиля.

После выкалывания всех составных чисел таблица напоминала решето. Отсюда название «решето Эратосфена».

Ученик рассказывает последовательно, как составлялась таблица.

Второй маршрут нашего экскурса- это история о дружественных числах, которая ведет из дворца багдадского халифа в современные вычислительные центры.

Сообщение ученика о дружественных числах.

В древности было замечено, что числа 220 и 284 обладают удивительным свойством: сумма собственных делителей числа 284 равна 220, а сумма собственных делителей числа 220 равна 284. Эту пару чисел назвали парой Пифагора. А сами числа - дружественными.

Пифагор нашел пару 220 и 284 около 500 лет до нашей эры, а следующую пару нашел ибн аль Бана в 1300 году. Декарт свою пару отыскал в 1638 году и до 1750 года непревзойденным рекордсменом в этом старом виде спорта в математике - охоте за дружественными числами - был Леонард Эйлер. Он отыскал 59 таких пар. До 1946 года Эскот нашел 219 пар. До 1948 года Пуле нашел 108 пар, а в 1972 году Элвином Дж. Ли было найдено 390 пар. Но этот ученый прибегнул к помощи ЭВМ. В настоящее время известно около 1100 пар дружественных чисел.

Отысканием таких чисел занимались в разное время различные ученые, а занятие отыскания называли охотой за дружественными числами. Узнать какой-нибудь способ получения дружественных чисел - задача, представляющая трудность и в наши дни.

Сообщение ученика о совершенных числах.

Не менее интересным свойством обладают другие числа. Еще в древности было замечено, что существуют числа, равные сумме своих делителей, кроме самого себя.

Делители числа 6- это числа 1, 2, 3, 6. Нетрудно проверить, что их сумма без самого числа 6 равна 6. Делители числа 28 - числа 1, 2, 4, 7, 14, 28. И здесь проверкой легко установить, что сумма всех делителей без самого числа 28 равна 28. Найдите делители числа 496 и проверьте, обладает ли оно этим свойством. То же самое проделайте с числом 8128. Эти числа тоже обладают таким свойством. А вот сделать подобную проверку для числа 33550336 без микрокалькулятора уже сложно.

Античные математики считали очень важным рассматривать число вместе с его делителем. При этом в качестве меры использовалось не количество, а сумма собственных делителей, которую сравнивали с числом.
Делители числа 10 - 1, 2, 5. Их сумма равна 8, считали, что это недостаток, так как 8 меньше 10. Делители числа 12- 1, 2, 3, 4, 6. Их сумма равна 16, что считали избытком. А числа, у которых сумма делителей равна самому числу, особенно ценили и называли их совершенными.

Точно неизвестно, где впервые обратили внимание на совершенные числа. Предполагают, что они уже были известны в Древнем Вавилоне и в Древней Греции. Во всяком случае до 5 века нашей эры в Египте был известен пальцевой счет, при котором на руке безымянный палец загибался, если число было совершенным, поэтому безымянный палец получил привилегию носить на себе кольцо.

О дружественных и совершенных числах современная математика вспоминает с улыбкой, как о детском увлечении, а введенные Пифагором понятия простого и составного числа являются до сих пор предметом исследований. Наш третий маршрут об этом.

Сообщение ученика о проблеме Гольдбаха.

Из опыта вычислений люди знали, что каждое число является либо простым, либо произведением нескольких простых чисел. А что будет, если простые числа складывать?

Живший в России в XVIII веке математик Гольдбах решил складывать нечетные простые числа лишь попарно. Он обнаружил удивительную вещь: каждый раз ему удавалось представить четное число в виде суммы двух простых чисел. Вот эти разложения:

1+3 = 4; 1 + 5 = 6; 1 + 7 = 8; 3+7 =10-5 +7= 12; 3+11 = 14; 3+13= 16; 5+ 13= 18; 3+ 17=20; 11 + 11=22; 11+ 13=24; 13 + 13=26; 23 + 5 = 28; 23 + 7 = 30; 19+13 =32 и так далее.

О своем наблюдении Гольдбах написал великому математику Леонарду Эйлеру, который был членом Академии наук. Эго предположение до сих пор не доказано и не опровергнуто. Оно лишь проверено для всех четных чисел до 1000.

Четвертый маршрут расскажет о магических фигурах.

Сообщение ученика о магическш квадратах.

Первые сведения о магических квадратах встречаются в литературе, написанной задолго до нашей эры. Старейший магический квадрат в современной записи выглядит так:

4	9	2
3	5	7
8	1	6

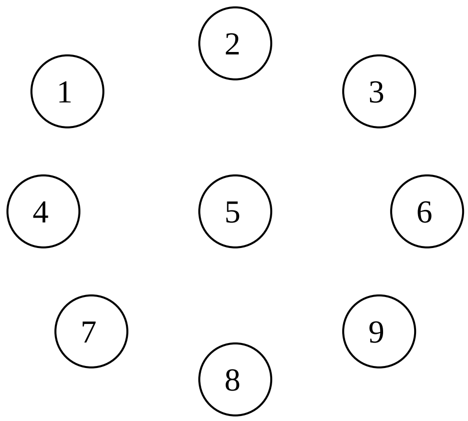
Суммы чисел каждой строки и каждого столбца, каждой из главных диагоналей одинаковы.

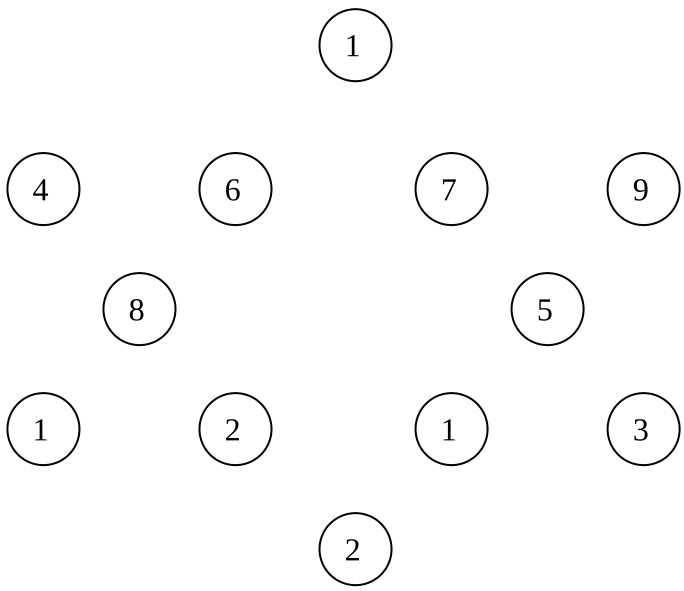
569	59	449
239	359	479
269	659	149

Высказано предположение, что для любого натурального числа, большего 3, существует бесконечно много магических квадратов, составленных из различных простых чисел.

17	317	397	67
307	157	107	227
127	277	257	137
347	47	37	367

Сообщения ученика о других магических фигурах.





IV. Домашнее задание.

А вот еще одна задача - сказка о принцессе и солдате. Послушайте ее и попытайтесь дать ответ на вопрос, поставленный в ней.

Однажды мастер получил определенное количество жемчужин, чтобы изготовить украшение принцессе. Обдумывая модель изделия, мастер разложил все жемчужины на 9 неравных кучек так, чтобы образовался магический квадрат «три на три» относительно количества жемчужин в кучках. Принцесса восхитилась такой моделью украшения, но все-таки выразила недовольство тем, что ни в одной кучке количество жемчужин не является простым числом. Мастер попросил еще 9 штук. Чтобы все числа в образованном магическом квадрате были простыми, он обещал добавить в каждую кучку по одной жемчужине. Проверили по таблице простых чисел. И верно! Но вдруг осмелился в разговор вступить солдат из дворцовой охраны. Он посоветовал принцессе поступить иначе. Предложил взять из каждой кучки по одной жемчужине, тогда опять числа будут простые. Принцесса так и сделала. Солдат оказался прав и в награду за наблюдательность и математическую находчивость получил эти 9 жемчужин. Сколько жемчужин было выдано мастеру первоначально? Подумайте и на следующем уроке ответите мне на этот вопрос.

V. Итог урока.

Вот и закончился наш экскурс, где мы познакомились с самыми капризными и строптивыми из всех объектов в математике. Хочу напомнить, что начали мы с известных нам понятий, а затем обнаружили, что вопросами, связанными с этими числами, занимается современная математика.

«Эта наука, как многолетний дуб, раскинула такие могучие ветви, что ни один математик, даже «самый маститый», уже не в силах изучить всю математику в целом, а избирает лишь какую-нибудь ее ветвь», - говорил А. И. Маркушевич.

А вот мы с вами сегодня выбрали ветвь простых чисел.

VI. Рефлексия.

- Ребята, что нового вы узнали на сегодняшнем уроке?
- Что понравилось?
- Что необходимо изменить, чтобы было еще интереснее?